

beth yw pwynt...

# INTEGRIAD?

'Pi' un sy'n iawn?

**Rydych yn athronydd Groegaidd yn y flwyddyn 225 C.C. Beth yw arwynebedd cylch gyda radiws penodol?**

**Masnachwr gwin ydych chi yn Awstria yn y flwyddyn 1615. Pa siâp ar faril fydd yn dal mwyaf o win?**

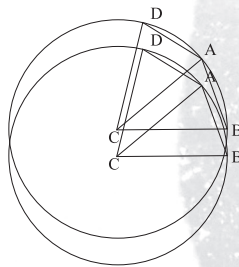
**Rydych yn cynllunio math newydd o fag awyr i atal anafiadau pen mewn damweiniau car ym 1955. A yw'n gweithio?**

**Rydych yn ffisegwr gronynnau ym 1989. Faint o rym sydd arnoch ei angen i wahanu dau electron?**

**Mae angen i chi greu gwell fersiwn o gywasgiad JPEG ar gyfer ffeiliau delwedd. Pa fathemateg fydd yn ddefnyddiol?**

Mae integriad yn ein helpu i ateb pob un o'r cwestiynau hyn. Mae cyswllt clir rhwng integriad a'r broses wrthgyferbyniol, differiad. Gyda'i gilydd, fe'u hadwaenir fel calcwlws. Bu pobl yn astudio syniadau perthynol ers dwy fil o flynyddoedd o leiaf. Syniad integriad yw gweithio allan arwynebedd neu gyfaint trwy adio llawer o arwynebeddau neu gyfeintiau bychain sy'n haws eu cyfrifiannu.

Tybiwch fod gennych gylch gyda radiws  $r$ , a'ch bod wedi anghofio mai'r fformiwla ar gyfer ei arwynebedd yw  $A = \pi r^2$ . Gallech weithio allan yr arwynebedd yn fras trwy lenwi'r cylch â thrionglau a chyfrifiannu arwynebedd pob triongl. Dyma beth wnaeth Archimedes dros ddwy fil o flynyddoedd yn ôl i weithio allan well amcangyfrif o werth  $\pi$ .



**Rhowch le i mi sefyll ac fe symuda i'r ddaear**

Un o'r mathemategwyr mwyaf erioed oedd Archimedes, a aned yn Sicily yn ardal Môr y Canoldir yn 287 C.C. ac a laddwyd yn ystod ymosodiad y Rhufeiniad yn 212 C.C. Yn ystod ei einioes, gweithiodd allan lawer iawn am fathemateg a ffiseg, a gwnaeth gynllun ar gyfer pypiau dŵr sy'n cael ei ddefnyddio hyd y dydd heddiw yn yr Aiff.

Dywedodd unwaith wrth ei gyfaill, y brenin Hieron, "Rhowch i mi le i sefyll ac fe symudaf y ddaear". Heriodd y brenin ef ar hyn. Yna, dewisodd Archimedes long yr oedd angen llawer o ddynion i'w symud allan o'r doc, gosododd chwerfan (pwli), a



gallodd ei symud ei hun heb fawr ddim ymdrech.

Dangosodd Archimedes hefyd y gorwedd union werth  $\pi$  rhwng gwerthoedd  $3^{10/71}$  a

$3^{1/7}$  trwy dynnu llun dau bolygon rheolaidd gyda 96 ochr, un y tu mewn i gylch gyda'i gorneli ar y cylch (arysgrifenedig) ac un y tu allan i'r cylch gyda'i ochrau prin yn cyffwrdd â'r cylch (amgylchol). Ganed integriad modern o syniadau fel hyn.

**Ddeunaw can mlynedd yn ddiweddarach...**

Roedd Johannes Kepler yn byw yng nghanolbarth Ewrop. Gweithiodd ar ddata a gasglwyd gan y seryddwr o Ddenmarc Tycho Brahe, a gweithiodd allan fod y planedau yn troi o gwmpas yr haul yn eiptigol yn hytrach nac mewn cylchoedd. Dyma pam fod Pluto weithiau yn nes at yr haul na Neifion - mae ei orbit yn fwy cywasgedig.

Sylwodd fod planedau yn teithio'n gyflymach ar rai pwyntiau ar yr orbit. Mae'r llinell sy'n cysylltu planed â'r haul yn sgubo'r un arwynebedd mewn cyfnod penodol o amser, waeth lle mae'r blaned. Golyga hyn fod yn rhaid bod y blaned yn symud yn gyflymach pan fo'n nes at yr Haul.



Yn ei ail briodas, crwydrodd sylw Kepler i geisio gweithio allan ffordd well o ganfod cyfaint y barilau gwin yno. Ysgrifennodd lyfr ar y pwnc ym 1615.

Yn y naill problem a'r llall, yr oedd Kepler yn defnyddio'r syniad o hollti arwynebedd neu gyfaint yn rhannau llai er mwyn ei gyfrifiannu. Dyma syniad allweddol integriad.

Am fwy o wybodaeth, erthyglau ac adnoddau, ewch i:  
www.moremathsgrads.org.uk • www.mathscareers.org.uk  
plus.maths.org • nr1ch.maths.org • www.cs4fn.org

Ysgrifennwyd a golygwyd gan Zia Rahman & Vivien Easson, More Maths Grads, Ysgol Gwyddorau Mathemategol, Queen Mary, Prifysgol Llundain (QMUL)  
Gyda diolch arbennig i'r Athro Peter McOwan (QMUL), Yr Athro David Arrowsmith (QMUL), Makhan Singh, Melanie Ashfield a James Anthony, Prifysgol Birmingham

# Atal anafiadau mewn gwrthdrawiadau

## Rydych yn teithio mewn car ar hyd stryd mewn dinas ar 30 mya. Beth sy'n digwydd os oes raid i chi frecio'n sydyn?

Fel arfer, mae'n cymryd 1.5 i 2 eiliad i stopio car wrth frecio'n normal. Fodd bynnag, mewn ardrawiad ffyrnig, fel damwain car, gall gymryd cyn lleied â 0.1 eiliad i stopio car. Gall hyn achosi anafiadau drwg i'r pen.

Ers y 1950au, mae bagiau awyr yn seddi blaen llawer car. Mae'r rhain yn helpu i atal anaf i'r pen trwy arafu anafiad yr bobl yn y car.

Wrth brofi bagiau awyr, gwneir cyfrifiad o'r enw Maen Prawf Anaf Pen, (HIC). Os rhydd y prawf werth HIC mwy na 1000, yna byddai'r ddamwain wedi peryglu bywyd. Gall ceir modern fod â gwerthoedd HIC o 100 i 200. Cyfrifir yr HIC trwy edrych ar bob ysbaid amser posibl rhwng amser cychwyn – r - ac amser stopio – s - yn ystod y cyfnod brecio, a

darganfod yr arafiad cyfartalog ar gyfer pob un o'r ysbeidiau hynny o amser. I ddarganfod yr HIC, rydym yn cymryd yr arafiad cyfartalog hwn wedi'i godi i bŵer 2.5 (ar sail data'r gwrthdrawiad) a'i luosi â hyd (s-r) yr ysbaid amser. Yr HIC yw uchafswm yr ysbeidiau amser cyffredinol posibl [r,s].

Sut mae dod o hyd i'r arafiad cyfartalog? Integryn yr arafiad ydyw, wedi'i rannu â hyd yr ysbaid amser.

Mae modd dod o hyd i arafiad mewn amser t o hyd, naill ai trwy integru neu trwy frasamcanu'r arwynebedd dan y gromlin ar y pwynt hwnnw.

Nawr, dychmygwch y fathemateg y mae peirianwyr Fformiwla Un yn ei ddefnyddio i ofalu bod eu ceir yn aros ar y ffordd wrth deithio ar 200 mya!

## Cadwch hi i lawr!

**Mae llawer mwy o gymwysiadau i integriad a chalcwlws. Seilir safon cywasgiad delweddau JPEG 2000 ar ddamcaniaeth tonnelli sydd yn defnyddio llawer o integriad. Mae cywasgu delweddau yn gwneud yn siŵr fod eich ffeiliau lluniau yn defnyddio llai o gof am bob delwedd.**

Mae angen calcwlws mewn ffiseg i gyfrifiannu effaith grymoedd ar fân ronynnau neu mewn galaethau enfawr. Mae economegwyr yn defnyddio technegau integriad i fodelu prisiau stociau.

Mae integriad yn rhoi i chi'r sgiliau angenrheidiol ar gyfer proffesiwn technegol neu wyddonol!

## Gwefannau i ymweld â nhw:

[www.mathscareers.org.uk](http://www.mathscareers.org.uk)  
[plus.maths.org](http://plus.maths.org)

Cyfweliad â myfyriwr mathemateg:  
*"Os oes gradd mewn mathemateg gen i, galla i fod yn bron unrhyw beth!"*

[plus.maths.org/issue39/interview/index.html](http://plus.maths.org/issue39/interview/index.html)

Archif Hanes Mathemateg MacTutor ym Mhrifysgol St Andrews: [turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/](http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/)